ALGUNAS IDEAS ACERCA DE LA NUMERABILIDAD DE LOS CONJUNTOS INFINITOS

DENIS MARTÍNEZ TÁPANES

Dedicado a mi profesor Lorgio Batard.

RESUMEN Donde se hace una revisión del concepto de numerabilidad en las matemáticas, sometiendo a crítica algunos de los teoremas hasta ahora aceptados, demostrando su inconsistencia y dando, además, elementos concretos sobre la numerabilidad de todas las potencias del conjunto de los números naturales.

ABSTRACT In which a review of the concept of countability is done in mathematics, subjecting review some of the theorems so far accepted, showing their inconsistency and also taking concrete elements on the countability of all the powers of the set of natural numbers.

1. Introduction

Como bien es conocido en el transcurso de todo el siglo XX se produjeron las tentativas de demostrar la hipótesis del contínuo. Primeramente se supuso que cantor estaba equivocado, luego se vió que la hipótesis del continuo era falsa, pero más tarde se descubrió que la demostración de Julius König contenía un error (lo descubrió Zermelo).
En 1940 Kurt Gödel demostró que la hipótesis del continuo no puede ser refutada en el marco del sistema axiomático ZFC. Para ello, Gödel a*ñ*adió la propia hipótesis del continuo como axioma a los de ZFC y demostró que se obtenía un sistema consistente. Por otra parte, Paul Cohen demostró en 1963 que la hipótesis del continuo no puede ser demostrada en ZFC a*ñ*adiendo el contrario de la hipótesis del continuo a ZFC y demostrando, como Gödel, que el sistema de axiomas que se obtenía era de nuevo consistente. Es decir, la hipótesis del continuo es independiente de ZFC, lo que significa que se puede construir una teoría de conjuntos consistente donde la hipótesis del continuo sea cierta y también puede construirse una teoría de conjuntos consistente donde dicho resultado sea falso.
Este trabajo se conduce por otra vía muy diferente a la que llevó a los matemáticos del pasado siglo al callejón sin salida de la indecidibilidad de la famosa hipótesis de Cantor.

Date: Diciembre 31,2015.

Key words and phrases. Conjunto numerable, Continuo.

This paper is in final form and no version of it will be submitted forpublication elsewhere.

En fin de cuentas ZFC mostró ser sumamente inseguro para llegar a la verdad de la teoría, puesto que podían ser “encajadas” en su seno afirmaciones que son negación una de la otra manteniéndose ellos, en un caso y en otro, perfectamente funcionales para la teoría de conjuntos. Tal opinión era compartida por Gödel y Cohen aunque este último era más formalista. A todas luces lo único a que se ha llegado es a que la hipótesis del contínuo es, por igual, verdadera y falsa, lo cual no se puede considerar satisfactorio como solución científica. Incluso existe la opinión de que difícilmente, Hilbert hubiera aceptado tales conclusiones como respuesta a su primer problema.

Por ello, en vez de plantear un sistema de axiomas y partir de él, demuestro directamente que todo conjunto tiene la misma potencia que el conjunto de todos sus subconjuntos. Es decir, en vez de analizar la hipótesis del continuo suponiendo que ella se desprende lógicamente de una teoría en la que no hay errores, demuestro que precisamente los errores se produjeron antes de arribar a la famosa hipótesis.

La “verdad” acerca de la diferencia de cardinalidad de un conjunto y su conjunto potencia no era una tal verdad y de allí por supuesto toda la confusión posterior. Desde mi punto de vista es natural que primeramente se concluyera que no existían potencias intermedias entre $\mathbb{N}$ y $\mathbb{R}$ puesto que el teorema 2, aquí demostrado, muestra la numerabilidad de todas las potencias a partir de $\mathbb{N}$.

En la segunda sección de este trabajo se muestra con claridad varios de los errores que conducen a la creencia de que el conjunto de los reales tiene una potencia mayor que el de los naturales, incluyendo la inconsistencia del método diagonal de Cantor aplicado con este fin. Los errores lógicos que aquí se señalan forman parte de la exposición común de la teoría de conjuntos y por tanto se han propagado a la lógica aunque es evidente que su impacto no ha llegado a las matemáticas verdaderamente importantes por su aplicabilidad que han demostrado, en la práctica, su valía como herramienta de las ciencias, sino que se ha quedado en el campo de la especulación filosófica de los neo-positivistas. Curiosamente las matemáticas nunca estuvieron tan “inseguras” hasta el surgimiento de la rama que debía darles la mayor seguridad, es decir la Teoría de Conjuntos, que constituye supuestamente su base teórica general, su fundamento. Desde mi punto de vista, si en verdad la teoría creada por Cantor fuera el fundamento de todas las matemáticas, y no solamente la teoría que los matemáticos DESEAN que sea dicha base, toda la matemática no sería más que un cúmulo inmenso de afirmaciones inservibles; para darse cuenta de ello solamente hace falta mirar el estado de cosas presente en ese campo lleno de desacuerdos, preguntas sin respuesta, y respuestas que no satisfacen verdaderamente a nadie como es el caso del tema relacionado con la hipótesis del continuo.

En la sección 3 proponemos los teoremas que resuelven el estado contradictorio de cosas que revela la sección 2; y, por último se dan las conclusiones iniciales al menos sobre los resultados obtenidos.

2. Análisis crítico de algunos teoremas clásicos

2.1. **Primer caso.** La primera demostración a que queremos hacer referencia es la dada en el teorema 1 del epígrafe 2, de [1] sobre la innumerabilidad de los reales.

En dicha demostración se realiza explícitamente la suposición de la existencia de una lista que contiene todos, o una parte, de los números reales del segmento $[0, 1]$ y luego se supone un número construido de una manera determinada[1] que se diferencia de todos los elementos de la lista dada.

La construcción de tal número se realiza diferenciándolo sucesivamente de los primeros elementos de la lista pero no tiene en cuenta que la lista, al contener, por hipótesis, todos[2] los elementos posibles, siempre tendrá un número que tiene sus primeras cifras decimales iguales al número que se construye y que de la misma manera que el número en construcción se diferencia de todos los anteriores, será igual, hasta donde ha sido construido, a una cantidad infinita de números posteriores; de manera que el proceso constructivo nunca puede llegar a obtener un número que ya no esté más abajo.

El principio de inducción transfinita, incluso, puede ayudar a demostrar la imposibilidad de construir un número que no está en la lista dada: El proceso de construcción genera una serie infinita de números racionales $S = (0, b_1), (0, b_1b_2), \ldots, (0, b_1b_2b_n)$, pero si el número $0, b_1b_2b_n$ está en la lista (lo cual es indudable) estará evidentemente $0, b_1b_2b_nb_{(n+1)}$, por lo que puede asegurarse que todos los elementos de la sucesión S están en la lista incluyendo su punto límite.

Otro aspecto interesante es que la demostración de este teorema en realidad usa dos condiciones independientes, por lo que tiene la forma $A \wedge B \Rightarrow C$, donde $A =$(Existencia de la lista), $B =$(Existencia de un número construido de una forma dada), y $C =$(Contradicción). Por lo que lo correcto es lo contrario a la conjunción de suposiciones que se ha hecho, es decir que lo cierto es

$$\begin{gathered}\neg A \vee \neg B = \text{(No existe la lista, o de lo contrario}\\ \text{no puede construirse un número de la forma dada)}\end{gathered}$$

, pero lo anterior es cierto, como es sabido, si se cumple cualquiera de las alternativas, por lo que no demuestra realmente $\neg A$.

De esto se desprende que en la demostración de cierto A por reducción

[1] Método diagonal de Cantor.

[2] Por otra parte, si en la lista no están todos los del segmento $[0, 1]$ es evidente que se puede construir uno de este segmento que no está en la lista.

al absurdo, se supone $\neg A$ y debe realizarse un razonamiento de la forma,

$$(\neg A \Rightarrow B_1) \wedge (B_1 \Rightarrow B_2) \wedge (B_2 \Rightarrow B_3) \wedge \ldots \wedge (B_n \Rightarrow Absurdo)$$

, lo cual es equivalente a

$$(A \Leftarrow \neg B_1) \wedge (\neg B_1 \Leftarrow \neg B_2) \wedge \ldots \wedge (\neg B_{n-2} \Leftarrow \neg B_{n-1}) \wedge (\neg B_n \Leftarrow No\, Absurdo)$$

2.2. **Segundo caso.** La segunda demostración que queremos analizar es la dada en el teorema 1 del epígrafe 3 capítulo V de [2] sobre la innumerabilidad de los reales.
Aquí es necesario aclarar que la aplicación de los límites no es válida en este caso, debido a que, una desigualdad como la dada allí $c \neq a_n$ puede cumplirse para todo valor finito de n pero eso no implica que $c \neq lim_{n \to \infty}(a_n)$ (Nótese que $1 \neq 1 + 1/n, n < \infty$, sin embargo $1 = lim_{n \to \infty}(1 + 1/n)$).
Pero no sólo eso, sino que el método de construcción del número c es tal que los intervalos elegidos sucesivamente, y cuya intersección es precisamente c, son intervalos que necesariamente pertenecen a $[0, 1]$; por tanto si bien es cierto que $a_n \notin p_n q_n$ también es cierto que todos los elementos de $p_n q_n$ pertenecen a $[0, 1]$, ya que por definición todos los elementos de $[0, 1]$ están en la lista (esto, por supuesto para todo valor de n), y por consiguiente el punto intersección de todos estos sub-intervalos pertenece, también, a la lista. De manera que este procedimiento conduce a un punto que en realidad está en la lista y no fuera de ella como se quiere mostrar.

2.3. **Tercer caso.** Con respecto a la afirmación ampliamente aceptada de que $c = 2^{\aleph_0}$, podemos hacer referencia a la demostración presentada en el epígrafe 4 del captulo VI, de [2]. Allí se supone que se ha establecido una correspondencia $uno - a - uno$ entre los conjuntos de puntos reales del intervalo $(0, 1)$ y el conjunto de todas las secuencias infinitas $t = (t_1, t_2,)$, conformadas por ceros y unos, mediante la función

$$f(t = (t_1, t_2,)) = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{\infty}(t_i/2^i), t\, presenta\, una\, cantidad\, infinita\, de\, ceros \\ 1 + \sum_{i=1}^{\infty}(t_i/2^i), t\, presenta\, una\, cantidad\, finita\, de\, ceros \end{Bmatrix}$$

Nótese, sin embargo, que el número $0, 3$ es representante del conjunto infinito de los elementos de $(0, 1)$ que no puede estar en la imagen de esta función, en virtud de que $0, 3 = 3/(5 * 2)$ mientras que, ninguna de estas sumas puede tener, por definición, un denominador que no sea, exclusivamente, potencia de dos (Por ejemplo $0, 125$ es admisible). Así queda claro que, al menos, esta demostración no es válida, tal y como las que hemos analizado hasta el momento.

2.4. **Cuarto caso.** Por último, mostremos la inconsistencia de la demostración sobre la imposibilidad de establecer una correspondencia biunívoca entre los elementos de cierto conjunto y los de su conjunto potencia correspondiente[3], que aparece en [1]. La misma se basa en la existencia de la siguiente situación formal dado un conjunto B arbitrario:

$$\exists A \subset B, \forall D \subset B, \forall x \in B, ((x \leftrightarrow D) \wedge (x \notin D) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \leftrightarrow D) \wedge (x \in D) \Rightarrow (x \notin A)) \tag{2.1}$$

Donde $x \leftrightarrow D$ es cierta correspondencia que se ha establecido entre los elementos de B y sus subconjuntos. El hecho es que cuando deseamos conocer el estatus del propio conjunto A debemos sustituir D por A y se obtiene a partir de (2.1) lo siguiente:

$$\exists A \subset B, \forall A \subset B, \forall x \in B, ((x \leftrightarrow A) \wedge (x \notin A) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \leftrightarrow A) \wedge (x \in A) \Rightarrow (x \notin A))$$

O sea, se ha obtenido una situación paradógica que nos lleva a concluir que no tiene lugar que $\exists x \in B, (x \leftrightarrow A)$ y por tanto no se puede establecer una correspondencia entre los elementos de B y todos sus subconjuntos.
Veamos el asunto, ahora, un poco más profundamente: Si damos por sentada, inicialmente, la existencia de la relación $uno - a - uno$ entre los elementos de B y sus subconjuntos, será que $(x \leftrightarrow D) \wedge (x \notin D) \equiv (x \notin D)$ y $(x \leftrightarrow D) \wedge (x \in D) \equiv (x \in D)$, por lo que (2.1) quedará de la siguiente forma

$$\exists A \subset B, \forall D \subset B, \forall x \in B, ((x \notin D) \Rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in D) \Rightarrow (x \notin A))$$

O, lo que es lo mismo

$$\exists A \subset B, \forall D \subset B, \forall x \in B, ((x \notin D) \Leftrightarrow (x \in A))$$

Pero ahora se revela algo fundamental que tiene lugar, y es que, de lo anterior, se deduce, necesariamente, que $A \cap D = \emptyset$. Esto es consecuencia de nuestras suposiciones iniciales y no puede ser violado, por lo que es totalmente ilegal, desde el punto de vista lógico, el cambio de D por A que produce la contradicción en virtud de la cual se demuestra el teorema. De hecho lo que en verdad se tiene es que

$$((x \notin D) \Leftrightarrow (x \in A)) \Rightarrow (A \cap D = \emptyset) \Rightarrow (A \neq D)$$

Por lo que lo que la igualdad de A y B conduce necesariamente a lo que sigue

$$((x \in D) \Leftrightarrow (x \in A)) \Leftarrow (A \cap D \neq \emptyset) \Leftarrow (A = D)$$

Es decir, no se produce la paradoja, y para ello solamente es necesario respetar la propia lógica formal[4].

[3]Constitye una versión del teorema de Cantor.

[4]En el teorema 2 de la siguiente sección se demuestra de manera contundente que el teorema de Cantor (Cardinal de x$\neq$ Cardinal de P(x)) es completamente falso.

3. Propuestas teóricas concretas ante la situación planteada en la sección 2

Definición. *Un $P-conjunto$ (Pc) es un conjunto que posee una propiedad P dada que garantiza que:1-Un conjunto Pc puede representarse como la unión de cualquier cantidad, finita o numerable, de otros conjuntos que también son Pc y toda unión de cualquier cantidad, finita o numerable, de conjuntos Pc es tambin Pc. 2-Si un conjunto A es no Pc entonces el conjunto $A-B$, donde B es finito y $B \subset A$, es no Pc.*
Teorema 1.*Existe al menos un Pc infinito que no tiene ningún subconjunto Pc diferente de él mismo.*
Demostración. Supongamos lo contrario. Entonces un conjunto infinito A, arbitrario pero que no es Pc, tendrá un subconjunto Pc y podrá por tanto representarse como

$$A = Pc_1 \cup A_1$$

El conjunto A_1 es infinito, ya que de lo contrario se pudiera escribir $A-A_1 = Pc_1$, donde el miembro derecho es Pc mientras que el izquierdo, en virtud de lo definido en el punto 3, no es Pc y se generaría una contradicción.
Pero A_1 debe tener también un subconjunto Pc diferente de él mismo como consecuencia de nuestro supuesto, por lo que podemos escribir

$$A = Pc_1 \cup Pc_2 \cup A_2$$

Donde A_2 es infinito, ya que de lo contrario se pudiera escribir $A-A_2 = Pc_1 \cup Pc_2$, donde el miembro derecho es Pc, en virtud de lo planteado en el punto 2, mientras que el izquierdo, gracias a lo definido en el punto 3, no es Pc y se generaría una contradicción.
El procedimiento puede repetirse n veces manteniendo las mismas suposiciones y obtenerse

$$A = (\bigcup_{i=1}^{n} Pc_i) \cup A_n$$

En el límite, cuando $n \to \infty$, se suponen "extraídos" todos los Pc pero la situación debe mantenerse quedando una representación análoga a la anterior, es decir

$$A = (\bigcup_{i=1}^{\infty} Pc_i) \cup (lim_{n\to\infty} A_n)$$

Donde $(lim_{n\to\infty} A_n\ )$ no puede ser un conjunto finito, ya que de lo contrario se pudiera escribir $A - (lim_{n\to\infty} A_n) = (\bigcup_{i=1}^{\infty} Pc_i)$, donde el miembro derecho es Pc, en virtud de lo planteado en el punto 2, mientras que el izquierdo, gracias a lo definido en el punto 3, es no Pc y se generaría como en el caso anterior, una contradicción.
De aquí se deduce que $(lim_{n\to\infty} A_n)$ es un conjunto infinito y no posee

un subconjunto Pc ya que el procedimiento de "extracción" de subconjuntos Pc se ha llevado al límite en que todos pasaron a la unión $(\bigcup_{i=1}^{\infty} Pc_i\ )$. Sin embargo esto contradice nuestra suposición de que todo conjunto infinito tiene un subconjunto Pc. El teorema está demostrado.

En la parte correspondiente a las conclusiones se expondrán las consecuencias profundas de este teorema.

En relación con la numerabilidad de los reales proponemos, ahora, lo siguiente:

Teorema 2. *Si cierto conjunto A es numerable, entonces su conjunto potencia $P(A)$ es igualmente numerable.*[5]

Demostración. Se tiene que, por ser A numerable, se puede poner en forma de lista

$$A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n, \}$$

Entonces el conjunto $P(A)$ se puede ordenar de la siguiente forma: Definamos la altura h del subconjunto dado como la suma de los subíndices de sus elementos; es decir, la altura de $\{\alpha_1\}$ es igual a la unidad "1", mientras que la altura de $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ es igual a "3". Para cada altura en particular se tendrá una secuencia evidentemente finita S_h de subconjuntos de la misma altura; por ejemplo será

$$S_1 = \{\{\alpha_1\}\}$$

$$S_2 = \{\{\alpha_2\}\}$$

$$S_3 = \{\{\alpha_3\}, \{\alpha_1, \alpha_2\}\}$$

$$\vdots$$

$$S_{20} = \{\{\alpha_{20}\}, \{\alpha_1, \alpha_{19}\}, \ldots, \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_{17}\}, \ldots, \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_{14}\}, \ldots, \{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}\}$$

$$\vdots$$

Ahora solo falta poner A como la lista de sucesiones según la altura

$$P(A) = \{\{\emptyset\}, S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots\}$$

El teorema está demostrado.

De más está decir que, si este teorema es incorrecto (y es bastante evidente que lo que ocurre es lo contrario), la numerabilidad de los racionales queda anulada debido a que el esquema lógico de ambas demostraciones es sumamente análogo.

[5]Esto constituye un contraejemplo al teorema de Cantor que demuestra su falsedad.

3.1. Método de conteo para los reales. Por último, vamos a proponer una manera de "contar" los reales del intervalo $[0,1]$, en lo que hemos denominado "Procedimiento de Conteo por Capas" (Layered count procedures): La primera capa está conformada por 10 elementos

$$0,0\ldots 0,1\ldots 0,2\ldots\ldots\ldots 0,9$$

La segunda capa está constituida por 100 elementos generados introduciendo en cada uno de los anteriores los dígitos desde el cero hasta el nueve en la segunda cifra después de la coma. Por ejemplo será

$$\begin{array}{ccc} 0,0 & 0,1\ldots & \ldots 0,9 \\ (0,00 \quad 0,01\ \ldots\ 0,09) & (0,10 \quad 0,11\ \ldots\ 0,19)\ldots & (0,90 \quad 0,91\ \ldots\ 0,99) \end{array}$$

Así se puede continuar asignando un número natural a cada elemento de cada capa de izquierda a derecha y comenzando por la primera capa. Está claro que cada elemento se autogenera en la capa posterior por lo que en la capa de altura h solo será necesario numerar $10^h - 10^{h-1} = 9 * 10^{h-1}$ elementos a exepción de la primera. Es indudable que en esta lista, por capas, estarán todos reales de $[0,1]$ sin que falte ninguno de ellos a pesar de que los irracionales estarán confinados en la capa correspondiente al paso al límite $n \longrightarrow \infty$; pero los naturales siempre serán suficientes no importa la altura de la capa.

4. Conclusiones

El problema de los $P-$*conjuntos* tiene una importante consecuencia para los fundamentos de las matemáticas debido a que, si se cambia la denominación de $P-$ *conjuntos* por "*conjuntos numerables*" y la propiedad P se identifica con la igualdad con el conjunto de los naturales en cuanto a potencia se refiere, se llega a la conclusión (*horrorosa, pero incuestionable*) de que existe al menos un conjunto infinito que no contiene un subconjunto numerable. Sin embargo también existe la demostración de lo contrario. Pero, como la demostración de que, en efecto, todo conjunto infinito posee un subconjunto numerable es indiscutible, se produce la tendencia natural a cuestionar la demostración que aquí se ha presentado.

En ese sentido hay dos elementos que deben valorarse con especial atención. En caso de haber un error en la demostración del teorema 1, debe sospecharse, en primer lugar, de la suposición, realizada en ella, de la existencia de algún conjunto infinito que no es $p-$*conjunto* lo cual coincide, una vez hecho el cambio de denominación, con la suposición de que existe un conjunto infinito que no es numerable y, en segundo lugar, el paso al límite, también efectuado en esta demostración, como procedimiento que puede darse por concluido y que permite la "extracción" de ***TODOS*** los, determinados, subconjuntos de cierto conjunto.

En definitiva, para escapar de la paradoja "Todo conjunto infinito tiene

y no tiene un subconjunto numerable" debe aceptarse una proposición evidente: "Todos los conjuntos infinitos son numerables", o por el contrario es ilícito en general el paso al límite en teoría de conjuntos.
Aquí, la idea de que todos los conjuntos infinitos sean numerables es al parecer la más débil; sin embargo no debe desechársele tan a la ligera. Téngase en cuenta que, como alternativa, se tiene una aceptación expresa del rechazo a considerar a los procesos que involucran al infinito como algo acabado en algún momento, y la desconfianza consecuente respecto a los pasos al límite tan necesarios y generalizados. En tal caso, por ejemplo, una vez dado $A = (\bigcup_{i=1}^{\infty} Pc_i) \cup (lim_{n\longrightarrow\infty}A_n)$, el conjunto $lim_{n\longrightarrow\infty}A_n$ seguirá conteniendo al menos un Pc y pasando al límite, cuantas veces se quiera, seguirá sucediendo lo mismo, por lo que nos enfrentamos a un procedimiento nunca acabado que contradice la idea del infinito actual, por lo que, de alguna manera, si se acepta la idea del infinito actual se acepta al mismo tiempo que todos los conjuntos infinitos son numerables.
El infinito actual suele ser, sin embargo, el reflejo, en las matemáticas, de la verdad indiscutible que expresa la infinitud del mundo en general, infinitud que no puede ser concebida por mentes estrechas, que no pueden imaginar una verdad más allá de la que pueden construir con sus propios pensamientos.
Del teorema 2 se deduce que todas las potencias de $\mathbb{N}$ son numerables y se produce el dilema siguiente: $\mathbb{R}$ es numerable, o no es la potencia del conjunto $\mathbb{N}$. Es decir será $c = \aleph_0$ o por el contrario $c \neq 2^{\aleph_0}$. Sin embargo se ha realizado la propuesta del conteo de los reales de $[0,1]$ "por capas". De aquí que todas las potencias de $\mathbb{R}$ sean numerables.
Nótese, por otra parte, que la situación contradictoria a la que se llega en el caso del teorema de la imposibilidad de establecer una relación $uno - a - uno$ entre los elementos de un conjunto dado y sus subconjuntos (Cuarto caso), es totalmente equivalente a lo que sucede con la paradoja del barbero y todas las paradojas análogas a ella. Por lo que se puede afirmar que el problema que introdujo a las matemáticas en una gran crisis, es simplemente el resultado del error. Por lo que habría que ver hasta qué punto han sido necesarios todos lo esfuerzos para deshacerse de las paradojas.
Por último quiero referirme, de forma somera, al problema de "la medida". Es indudable que en base a los resultados que he obtenido aquí, todos los conjuntos numéricos y sus productos cartesianos serán de medida cero. Este problema, sin embargo, será tratado en posteriores investigaciones y para nada es indicio de contradicción en los análisis aquí efectuados que se basan en demostraciones evidentes. Es más razonable, en vista de lo que se ha expuesto, que el cúmulo de errores lógicos sea bastante grande en la teoría actual que tiene como base la aceptación de absurdos como los tratados en los casos dese el uno hasta el cuatro de la segunda sección de este artículo.

References

[1] Kolmogórov A.N., Formín S.V.,*Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional*, Editorial MIR, Moscú, Tercera edición, 1978.
[2] Kuratowszy K., *Introduction to set theory and topology*, La Habana, (1967), 59-14873.
[3] Göde K., *The Consistency of the Continuum-Hypothesis*, Princeton University Press, 1940.
[4] Feferman S., *Does mathematics need new axioms?*, Amer. Math. Monthly 106 (1999), 99111.

E-mail address, A. One: `denismt@ucm.vcl.sld.cu`